Universidade do Porto
FEUP Faculdade de Engenharia

Departamento de Engenharia Mecânica

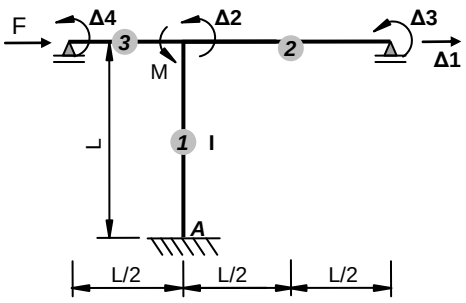
Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica

Duração: 45 min — 2012-06-6

Exame de *Mecânica das Estruturas II* – Parte Teórica

Nota: *Não é permitida consulta*

Questão 1

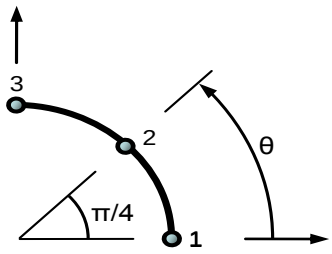


A estrutura representada na figura é constituida por uma viga (elementos 2 e 3) de momento de inércia 2I e pela coluna (elemento 1) com momento de inércia I. Considere apenas os graus de liberdade assinalados (de Δ_1 a Δ_4).

a) Para esses graus de liberdade estabeleça todos os coeficientes de rigidez da diagonal principal ($k_{i,j}$ com i=j) da matriz de rigidez total da estrutura. {4 Val.}

b) Atendendo apenas aos graus de liberdade indicados, estabeleça o vector de forças de solicitação considerando a força F e o momento M aplicados na estrutura. {4 Val.}

Questão 2



Considere o elemento de barra curvo representado na figura, de três nós. Do conjunto de funções de forma apresentado em baixo, indique, justificando, quais as funções de forma adequadas ao elemento e a que nó dizem respeito. {3 Val.}

a) $N_a = \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\cos(\theta) - \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + 1\right)\mathrm{sen}(\theta)$

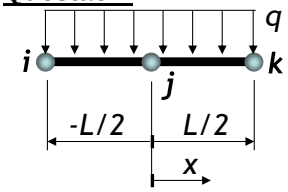
b) $N_b = \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\cos(\theta) + \frac{\sqrt{2}}{2}\mathrm{sen}(\theta)$

c) $N_c = \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + 1\right)\cos(\theta) - \frac{\sqrt{2}}{2}\mathrm{sen}(\theta)$

Questão 3

Indique a principal caracteristíca dos elementos isoparamétricos. {3 Val.}

Questão 4



Considerando as funções de forma para o elemento de viga da figura, calcule a componente f_j do vetor de forças nodais equivalentes. {3 Val.}

$$N_i = \frac{2x}{L^2}\left(x - \frac{L}{2}\right); \qquad N_j = 1 - \frac{4x^2}{L^2}; \qquad N_k = \frac{2x}{L^2}\left(x + \frac{L}{2}\right)$$

Questão 5

Uma importante fase de uma análise estrutural baseada no MEF é a análise de resultados, nomeadamente a distribuição das componentes do estado de tensão. Um método possível obriga ao cálculo dos respetivos valores nodais. Indique os principais passos necessários para a determinação do estado de tensão no nós. {3 Val.}

$$[\mathbf{K}] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix}$$